

Таблица Пифагоровых троек чисел Куспаев Н. Д.¹, Картбаев Е. Б.²

¹Куспаев Нурғалий Джумағалиевич / Kusraev Nurgaliy Djumagalievich - инженер-строитель;

²Картбаев Еркін Бекмурзаевич / Kartbaev Erkin Bekmurzaevich - офис-менеджер,

Административно-хозяйственное управление

Республиканское государственное предприятие

Актюбинский региональный государственный университет имени К. Жубанова, г. Актобе, Республика Казахстан

Аннотация: ещё из древнейших времен египтянам была известна замечательная тройка чисел, которая до настоящего времени используется в архитектуре, эта тройка – 3, 4 и 5. Эта тройка чисел замечательна тем, что эта цепочка чисел является длинами сторон прямоугольного треугольника и подчиняются теореме Пифагора, выраженной формулой: $a^2+b^2=c^2$ (1). В свободной энциклопедии «Википедия» приводятся подобные виды таблиц, например, для наименьших катетов со значениями до 1000 единиц, но в этих таблицах пропускаются несколько промежуточных значений [1] поэтому они не могут иметь значений при их широком применении. Имеются целые числа, удовлетворяющие формулу Герона, когда все стороны и высота, опущенная на основание, имеют целочисленные значения. Приводятся несколько числовых групп треугольников Герона [2, с 92], но как обобщенных таблиц в справочниках не приводится. При разбивочных работах по закреплению главных осей с большими геометрическими размерами иногда требуются целочисленные тройки чисел, подчиняющиеся формуле Пифагора так, как геодезическая стометровая стальная лента имеет деления равные 0,1 метрам.

Ключевые слова: квадратный корень, сумма квадратов, взаимно простые тройки чисел, Пифагоровы числа, прямоугольные треугольники, натуральные числа.

Определение - 1. Взаимно простыми тройками чисел называются три числа из натурального ряда, не имеющие общего множителя.

Определение - 2. Пифагоровыми тройками чисел называются числа, равные длинам сторон прямоугольного треугольника и удовлетворяющие великую формулу Пифагора.

В справочниках приводятся формулы для нахождения Пифагоровых троек чисел, например одна из таких формул выражена в виде:

$$(m - n)^2 + 4mn = (m + n)^2 \quad (1)$$

Для удобства вычислений эту формулу преобразуем следующим образом:

$$(1 - m/n)^2 + 4m/n = (1 + m/n)^2 \quad (2)$$

Теперь методом подбора чисел m и n заполним основную таблицу Пифагоровых троек чисел.

Таблица 1. Пифагоровы тройки взаимно простых чисел ($a < b < c$)

a	b	c	c ²	a	b	c	c ²
3	4	5	25				
5	12	13	169	101	5100	5101	10 ⁴ x 2602,0201
7	24	25	625	103	5304	5305	10 ⁴ x 2814,3025
8	15	17	289	104	153 2703	185 2705	34225 10 ⁴ x 731,7025
9	12 40	15 41	225 841	105	208 5512	233 5513	54289 10 ⁴ x 3039,3169
11	60	61	3721	107	5724	5725	10 ⁴ x 3277,5625
12	35	37	1369	108	725 2915	733 2917	10 ⁴ x 53,7289 10 ⁴ x 850,8889
13	84	85	7225	109	5940	5941	10 ⁴ x 3529,5481
15	112	113	12769	111	6160	6161	10 ⁴ x 3795,7921
16	63	65	4225	112	441 3135	455 3137	10 ⁴ x 20,7025 10 ⁴ x 984,0769
17	144	145	21025	113	6384	6385	10 ⁴ x 4076,8225
19	180	181	32761	115	13224	13226	10 ⁴ x 17492,7076
20	21 99	29 101	841 10201	116	837 3363	845 3365	10 ⁴ x 71,4025 10 ⁴ x 1132,3225
21	220	221	48841	117	6844	6845	10 ⁴ x 4685,4025
23	264	265	70225	119	120	169	28561

					7080	7081	$10^4 \times 5014,0561$
24	143	145	21025	120	209 391 3599	241 409 3601	58081 $10^4 \times 16,7281$ $10^4 \times 1296,7201$
25	312	313	97969	121	7320	7321	$10^4 \times 5359,7041$
27	36 364	45 365	2025 $10^4 \times 13,3225$	123	7564	7565	$10^4 \times 5722,9225$
28	45 195	53 197	2809 38809	124	957 3843	965 3845	$10^4 \times 93,1225$ $10^4 \times 1478,4025$
29	420	421	$10^4 \times 17,7241$	125	7812	7813	$10^4 \times 6104,2959$
31	480	481	$10^4 \times 23,1361$	127	8054	8065	$10^4 \times 6504,4225$
32	255	257	66049	128	4095	4097	$10^4 \times 1678,5409$
33	56 544	65 545	4225 $10^4 \times 29,7025$	129	8320	8321	$10^4 \times 6923,9041$
35	84 612	91 613	8281 $10^4 \times 37,5769$	131	8580	8581	$10^4 \times 7363,3561$
36	77 105 323	85 111 325	7225 12321 $10^4 \times 10,5625$	132	475 1085 4355	493 1093 4357	$10^4 \times 24,3049$ $10^4 \times 119,4649$ $10^4 \times 1898,3449$
37	684	685	$10^4 \times 46,9225$	133	156 8844	205 8845	42025 $10^4 \times 7823,4025$
39	80 760	89 761	7921 $10^4 \times 57,9121$	135	9112	9113	$10^4 \times 8304,6769$
40	399	401	$10^4 \times 16,0801$	136	273 4623	305 4625	93025 $10^4 \times 2139,0625$
41	840	841	$10^4 \times 70,7281$	137	9384	9385	$10^4 \times 8807,8225$
43	924	925	$10^4 \times 85,5625$	139	9660	9661	$10^4 \times 9333,4921$
44	117 483	125 485	15625 $10^4 \times 23,5225$	140	171 693 1221 4899	221 707 1229 4901	48841 $10^4 \times 49,9849$ $10^4 \times 151,0441$ $10^4 \times 2401,9801$
45	108 1012	117 1013	13689 $10^4 \times 102,6169$	141	9940	9941	$10^4 \times 9882,3481$
47	1104	1105	$10^4 \times 122,1025$	143	10224	10225	$10^4 \times 10455,0625$
48	55 575	73 577	5329 $10^4 \times 33,2929$	144	5183	5185	$10^4 \times 2688,4225$
49	168 1200	185 1201	34225 $10^4 \times 144,2401$	145	567 10512	585 10513	$10^4 \times 34,2225$ $10^4 \times 11052,3169$
51	140 1300	149 1301	19881 $10^4 \times 169,2601$	147	196 21608	245 10805	60025 $10^4 \times 11674,8025$
52	165 675	173 677	29929 $10^4 \times 45,8329$	148	1365 5475	1373 5477	$10^4 \times 188,5129$ $10^4 \times 2999,7529$
53	1404	1405	$10^4 \times 197,4025$	149	11100	11101	$10^4 \times 49292,8804$
55	1512	1513	$10^4 \times 289,9169$	151	11400	11401	$10^4 \times 12998,2801$
56	783	785	$10^4 \times 61,6225$	152	345 5775	377 5777	$10^4 \times 14,2129$ $10^4 \times 3337,3729$
57	176 1624	185 1625	34225 $10^4 \times 264,0625$	153	11704	11705	$10^4 \times 13698,3616$
59	1740	1741	$10^4 \times 303,1081$	155	12012	12013	$10^4 \times 14431,2169$
60	91 221 899	109 229 901	11881 52441 $10^4 \times 81,1801$	156	667 1517 6083	685 1525 6085	$10^4 \times 46,9225$ $10^4 \times 232,5625$ $10^4 \times 3702,7225$
61	1860	1861	$10^4 \times 346,3321$	157	24648	24650	$10^4 \times 69960,2500$
63	280	287	82369	159	25280	25282	$10^4 \times 63917,9524$

	1984	1985	10 ⁴ x 394,0225				
64	1023	1025	10 ⁴ x 105,0625	160	231 6399	281 6401	78961 10 ⁴ x 4097,2801
65	72 2112	97 2113	9409 10 ⁴ x 446,4769	161	25920	25922	10 ⁴ x 67195,0084
67	2244	2245	10 ⁴ x 504,0025	163	26568	26570	10 ⁴ x 70596,4900
68	285 1155	293 1157	85849 10 ⁴ x 133,8649	164	1677 6723	1685 6725	10 ⁴ x 283,9225 10 ⁴ x 4522,5625
69	260 2380	269 2381	72361 10 ⁴ x 566,9161	165	27224	27226	10 ⁴ x 74125,5076
71	2520	2521	10 ⁴ x 635,5441	167	27888	27890	10 ⁴ x 77785,2100
72	135 1295	153 1297	23409 10 ⁴ x 167,4436	168	775 1001 7055	793 1015 7057	10 ⁴ x 62,8849 10 ⁴ x 103,0225 10 ⁴ x 4980,1249
73	2664	2665	10 ⁴ x 710,2225	169	28560	28562	10 ⁴ x 81578,7844
75	308 2812	317 2813	10 ⁴ x 10,0489 10 ⁴ x 791,2969	171	29240	29242	10 ⁴ x 85509,4564
76 76	357 1443	365 1445	10 ⁴ x 13,3225 10 ⁴ x 208,8025	172	1845 7395	1853 7397	10 ⁴ x 343,3609 10 ⁴ x 5471,5609
77	420 2964	427 2965	10 ⁴ x 18,2329 10 ⁴ x 879,1225	173	29928	29930	10 ⁴ x 52578,4900
79	3120	3121	10 ⁴ x 974,0641	175	30624	30626	10 ⁴ x 93795,1876
80	1599	1601	10 ⁴ x 256,3201	176	7743	7745	10 ⁴ x 5998,5025
81	3280	3281	10 ⁴ x 1076,4961	177	31328	31330	10 ⁴ x 98156,8900
83	3440	3441	10 ⁴ x 1184,0481	179	32040	32042	10 ⁴ x 102668,9764
84	187 245 437 1763	205 259 445 1765	42025 67081 10 ⁴ x 19,8025 10 ⁴ x 311,5225	180	299 899 2021 8099	349 901 2029 8101	10 ⁴ x 12,1801 10 ⁴ x 81,1801 10 ⁴ x 411,6841 10 ⁴ x 6262,6201
85	132 3612	157 3613	24649 10 ⁴ x 1305,3769	181	32760	32762	10 ⁴ x 107334,8644
87	416 3784	425 3785	10 ⁴ x 18,0625 10 ⁴ x 1432,6225	183	33488	33490	10 ⁴ x 112158,0100
88	105 1935	137 1937	18769 10 ⁴ x 375,1969	184	8463	8465	10 ⁴ x 7165,6225
89	3990	3991	10 ⁴ x 1592,8081	185	34224	34226	10 ⁴ x 117141,9076
91	588 4140	595 4141	10 ⁴ x 35,4025 10 ⁴ x 1714,7881	187	34968	34970	10 ⁴ x 122190,0900
92	525 2115	533 2117	10 ⁴ x 28,4089 10 ⁴ x 448,1689	188	2205 8835	2213 8837	10 ⁴ x 489,7369 10 ⁴ x 7809,2569
93	476 4324	485 4325	10 ⁴ x 23,5225 10 ⁴ x 1870,5625	189	35720	35722	10 ⁴ x 127606,1284
95	168 4512	193 4513	37249 10 ⁴ x 2036,7169	191	36480	36482	10 ⁴ x 133093,6324
96	247 2303	265 2305	70225 10 ⁴ x 531,3025	192	1015 9215	1033 9217	10 ⁴ x 106,7089 10 ⁴ x 8495,3089
97	4704	4705	10 ⁴ x 2213,7025	193	37248	37250	10 ⁴ x 138756,2500
99	4900	4901	10 ⁴ x 2401,9801	195	38024	38026	10 ⁴ x 144597,6676
100	621 2499	629 2501	10 ⁴ x 39,5641 10 ⁴ x 625,5001	196	1365 2397 9603	1379 2405 9605	10 ⁴ x 190,1641 10 ⁴ x 578,4025 10 ⁴ x 9225,6025
				197	38808	38810	10 ⁴ x 150621,6100
				199	39600	39602	10 ⁴ x 156831,8404

Примечания:

1. В данной таблице даны значения меньших катетов прямоугольного треугольника до 200 единиц;

2. По каким либо причинам могут быть пропущены некоторые промежуточные значения.

Эти табличные значения, кроме применения в геодезии, имеют важные значения при построении квадратных корней от заданного числа, например рассмотрим построение числа:

$$\sqrt{76,4091} = \sqrt{39,5641 + 23,5225 + 13,3225} = \sqrt{6,29^2 + 4,85^2 + 3,65^2}.$$

Графическое построение приводит к построению прямоугольного треугольника, один из катетов которого, равен 6,29 единицам, а второй катет является гипотенузой другого прямоугольного треугольника с катетами 4,85 и 3,65 единиц.

Литература

1. Пифагоровы тройки чисел. Выписка из свободной энциклопедии «Википедия» от 26.10.2016.
2. *Выгодский М. Я.* Справочник по элементарной математике. Москва, 2006. С. 509.