Упаковка для двух кругов одинакового радиуса

Куспаев Н. Д.[1], Картбаев Е. Б.[2]

[1]Куспаев Нургалий Джумагалиевич / Kuspaev Nurgaliy Djumagalievich - инженер-строитель;
[2]Картбаев Еркин Бекмурзаевич / Kartbaev Erkin Bekmurzaevich - офис-мененджер,
Административно-хозяйственное управление
Республиканское государственное предприятие
Актюбинский региональный государственный университет имени К. Жубанова, г. Актобе, Республика Казахстан

***Аннотация**: одной из проблемных задач по математике является задача для упаковки двух кругов одинакового радиуса. Постановка задачи: «Определить стороны квадратной жесткой упаковки для двух кругов одинакового радиуса, если разрешаеться разрезать один из кругов на два сегмента.»*[1] *Эта задача входит в число нерешенных задач по математике. В данной статье мы приведем решение исходя из условия взаимного касания трех окружностей.*

***Ключевые слова:** точки касания, радиус круга, минимальное значение, первая производная, радиус круга, сегмент.*

Постановка задачи

Какова наименьшая плотная упаковка двух одинаковых кругов, если разрешается разделить один круг на два сегмента [1]?

Задача решается при помощи свойства взаимно касающихся окружностей одинакового радиуса, граничащих заданные круги[2., стр. 124]. Так как один из кругов можно разделить на два сегмента, то один из окружностей берется цельным, а на двух других окружностях строятся соответствующие сегменты, полученные от деления второго круга. Центры трех окружностей образуют вершины равностороннего треугольника со сторонами, равными диаметрам заданных кругов (см. рис. 1).

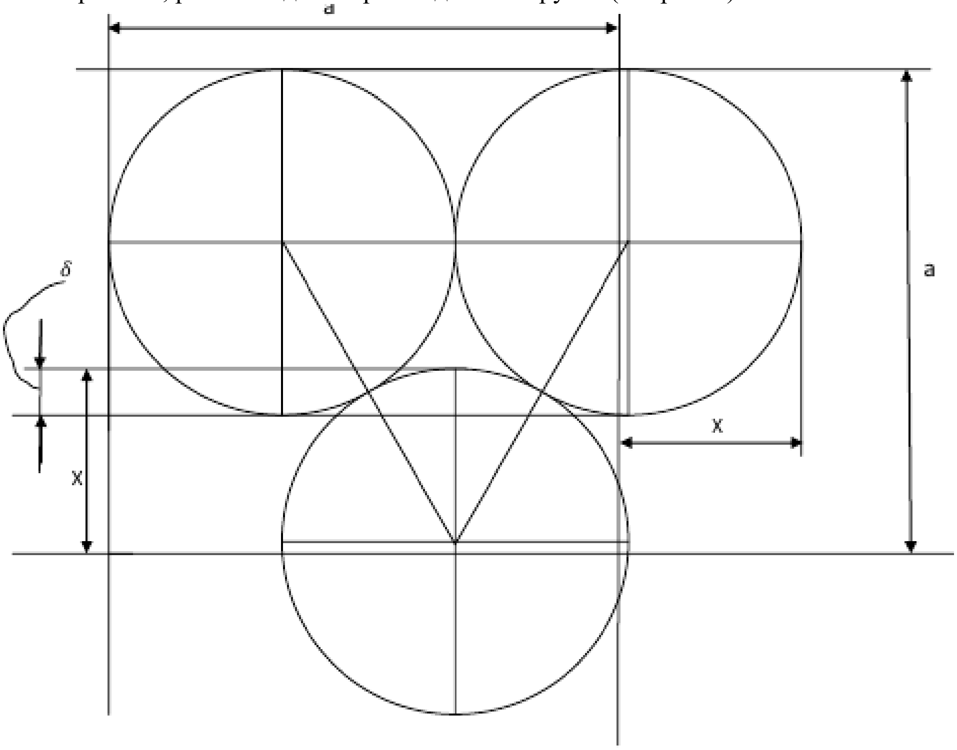

Рис. 1. Схема упаковки двух кругов

EF-средняя линия треугольника, образованная
окружностей схемы.

a=4R-x, (1)

Согласно построению

$$\delta=\frac{(2-\sqrt{3})R}{2}, \qquad (2)$$

$$b=2R + x - \delta = \frac{2R+\sqrt{3}}{2} + x, \qquad (3)$$

$$S = ab = (4R - x)(2R + R\sqrt{3} + 2x), \qquad (4)$$

$$S = R^2(8 + 4\sqrt{3}) + xR(8 - \sqrt{3}) - 2x^2. \qquad (5)$$

Определим минимальное значение площади упаковки:

$$S^! = R(8 - \sqrt{3}) - 4x = 0,$$

отсюда, $x_0 = \frac{8-\sqrt{3}}{4}$.

Вычислим требуемое минимальное значение площади жесткой упаковки

$$S_{min} = R^2\left(4 - \frac{6-\sqrt{3}}{4}\right)\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2} + \frac{6-\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{(10+\sqrt{3})^2R^2}{16} \approx 8{,}6025635R^2.$$

Задача по жесткой упаковке для двух кругов с одинаковыми радиусами решена. Сторона квадратной упаковки:

$$a = \frac{10+\sqrt{3}}{4}R.$$

Литература

1. Выписка из свободной энциклопедии «Википедия» от 05.10.2016.
2. Справочник по элементарной математике. Москва, 1972. С. 284.