

История открытия скалярного произведения векторов Сохарева М. А.

Сохарева Мария Александровна / Sokhareva Maria Aleksandrovna – студент,
экономический факультет,
Уральский институт экономики управления и права, г. Екатеринбург

Аннотация: в статье рассматриваются основные достижения Рене Декарта (Прямоугольная система координат, понятие значения функции, связь геометрии и алгебры с помощью скалярного произведения векторов и угла между ними).

Ключевые слова: Рене Декарт, скалярное произведение, система координат.

В отличие от других наук, математика развивается медленно, вне зависимости от желания человечества на том или ином историческом промежутке времени. Иногда на решение математических вопросов уходят века, но это непременно стоит того, чтобы их решать!

Каждый человек знает о том, что предмет математики связан со счетом. Под этим термином мы понимаем изучение счета, знакомство с геометрическими фигурами, формулами, математическими вычислениями. Ведь если подумать и разобраться, то информация, которую мы изучаем, собиралась веками, годами, а не появилась внезапно. Интересно, а откуда же берёт свои истоки такая наука как математика?

Поговорим о значащих научных открытиях, о человеке, который занимает видное место в истории математики. О Рене Декарте.

Многие говорили, что Декарт был «центробежным» мыслителем: он всегда отталкивался от самого себя и от своей убежденности, чтобы спуститься затем на поле наблюдений и законов природы. Это проявилось во многих его важных философских и математических открытиях, а также в его склонности к работе естествоиспытателя.

Основная заслуга в создании современного метода координат принадлежит французскому математику Рене Декарту. До наших времён дошла такая история, которая подтолкнула его к открытию. Занимая в театре места, согласно купленным билетам, мы даже не подозреваем, кто и когда предложил ставший обычным в нашей жизни метод нумерации кресел по рядам и местам. Оказывается эта идея осенила знаменитого философа, математика и естествоиспытателя Рене Декарта – родился 31 марта 1596года, французский математик, философ, физик, физиолог, авторитетнейший метафизик Нового времени. Воспитывался бабушкой, после смерти матери. Учился в колледже Ла Флеш, где получал религиозное образование. В 1618 году начал изучать юридические вопросы, занимаясь математикой. В 1617 году поступил в голландскую армию. Вместе с немецкой армией выступал в битве за Прагу.

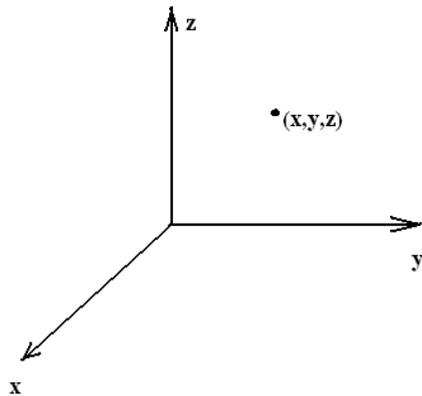
После возвращения во Францию, Декарт снова переезжает. Из-за обвинений в ереси он обосноваться в Голландии. Многие годы его труды не признавались. Вскоре после переезда в 1649 году в Стокгольм Декарт скончался, предположительно от пневмонии, вызванной холодным климатом и жёстким графиком.

Самым известным трудом Декарта стала его «Геометрия». Декарт ввел систему координат, которой пользуются все и в настоящее время. Он установил соответствие между числами и отрезками прямой и таким образом ввел алгебраический метод в геометрию. Также его имя теперь носит прямоугольная система координат, обозначающая место любой точки плоскости расстояниями от этой точки до «нулевой широты» — оси абсцисс и «нулевого меридиана» — оси ординат. По традиции, введенной Декартом, «широта» точки обозначается буквой x , «долгота» — буквой y . Чем же замечательна, декартова система координат?

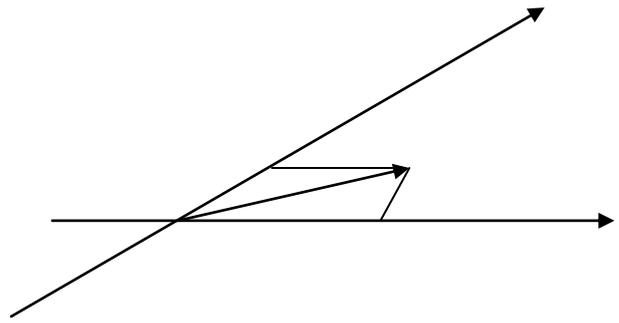
Научное описание прямоугольной системы координат Рене Декарт впервые сделал в своей работе «Рассуждение о методе» в 1637 году. Поэтому прямоугольную систему координат называют также Декартова система координат.

До ее появления не существовало единого подхода к решению геометрических задач. Приходилось многократно придумывать новые способы решения. Обозначив точки плоскости парами чисел x и y , оказалось возможным изучать связь между координатами различных точек, записывая уравнения и решая их. А уравнения многих очень сложных объектов оказались неожиданно простыми.

Декартова система координат - прямоугольная система координат на плоскости или в пространстве. Он использовал косоугольную систему координат на плоскости, рассматривая кривую относительно некоторой прямой с фиксированной системой отсчета (рис.1) Положение точек кривой задавалось с помощью системы параллельных отрезков, наклонных или перпендикулярных к исходной прямой. Декарт не вводил второй координатной оси, не фиксировал направления отсчета от начала координат.



А) Прямоугольная система координат
(Рис.1)



Б) Косоугольная система координат

Он предложил обозначать местоположение точки на плоскости с помощью пары координат.

Для характеристики координат требуются ориентиры. Данными ориентирами выступают две числовые оси. Сначала чертят горизонтальную ось, её принято определять как ось абсцисс и подписывать буквой x , указывают, что это ось Ox . Положительное направление на оси абсцисс принято слева на право и указывается стрелкой.

Потом чертят вертикально ось, её принято определять как ось ординат и подписывать буквой y , указывают, что это ось Oy . Положительное направление на оси ординат принято снизу вверх и указывается стрелкой.

Оси пересекаются под углом 90° , то есть являются взаимно перпендикулярными. Точку их пересечения обозначают как «0». Точку «0» принято считать исходной точкой для отсчёта по каждой из осей.

Существует даже такая Легенда о том, как были придуманы, Декартовы координаты.

Однажды Рене Декарт весь день пролежал в кровати, думая о чем-то, а муха жужжала вокруг и не давала ему сосредоточиться.

Он стал размышлять, как бы описать положение мухи в любой момент времени математически, чтобы иметь возможность прихлопнуть ее без промаха. И ... придумал, декартовы координаты-одно из величайших изобретений в истории человечества.

В 1637 году вышел в свет главный математический труд Декарта[1], «Рассуждение о методе» (полное название: «Рассуждение о методе, позволяющем направлять свой разум и отыскивать истину в науках»).

В этой книге излагалась аналитическая геометрия, а в приложениях — многочисленные результаты в алгебре, геометрии, оптике (в том числе — правильная формулировка закона преломления света) и многое другое.

Книга «Метод» сразу сделала Декарта признанным авторитетом в математике и оптике. Примечательно, что издана она была на французском, а не на латинском языке. Приложение «Геометрия» было, однако, тут же переведено на латинский и неоднократно издавалось отдельно, разрастаясь от комментариев и став настольной книгой европейских учёных. Труды математиков второй половины XVII века отражают сильнейшее влияние Декарта.

В дневнике Рене Декарта есть заметка: «10 ноября 1619 года я начал понимать основания чудесного открытия». Не подлежит сомнению, что чудесным открытием, о котором говорит здесь Декарт, было открытие основ аналитической геометрии. Сущность аналитической геометрии состоит в приложении алгебры к геометрии и обратно — геометрии к алгебре. Всякая кривая может быть выражена уравнением между двумя переменными величинами, и обратно — всякое уравнение с двумя переменными может быть выражено кривой. Это открытие имело громадное значение не только для математики, в истории которой оно составило эпоху, но и для естественных наук, и вообще для все расширяющегося круга знаний, имеющих дело с точными величинами — числом, мерой и весом.

Математические исследования Декарта тесно связаны с его работами по философии и физике. В "Геометрии" (1637г.) Декарт впервые ввел понятие переменной величины и функции. Переменная величина выступала у Декарта как отрезок переменной длины и постоянного направления как непрерывная числовая переменная, пробегающая совокупность чисел, составляющих координатный отрезок. Двойкий образ переменной обусловил взаимопроникновение геометрии и алгебры, к которому

стремился Декарт. Алгебра Декарта имеет всегда один основной элемент - линейный отрезок, операции над которым приводят опять-таки к некоторому отрезку. Эти отрезки по свойствам равносильны действительным числам. У Декарта действительное число выступало как отношение длины отрезка к единичному. Отрицательные числа получили у Декарта реальное истолкование в виде направленных координат. Декарт ввел общепринятые теперь знаки для переменных и искомым величин, для буквенных коэффициентов, а также степеней. Записи формул алгебры у Декарта почти не отличаются от современной.

Ещё одним открытием Декарта стало скалярное произведение векторов.

Скалярное произведение для двух векторов $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ и $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ в n -мерном действительном пространстве определяется как:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \sum_{i=1}^n a_i b_i = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n$$

Если определения длины вектора и угла между векторами введены независимым образом до введения понятия скалярного произведения (как правило, так и поступают при изложении классической геометрии), то скалярное произведение определяется через длины сомножителей и угол между ними:

$$\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \cos \angle(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad (1)$$

Современная аксиоматика обычно строится, начиная со скалярного произведения, и тогда длина вектора и угол определяются уже через скалярное произведение.

Скалярное произведение-операция над двумя векторами, результатом которой является число (скаляр), не зависящее от системы координат и характеризующее длины векторов-сомножителей и угол между ними. Данной операции соответствует умножение длины вектора x на проекцию вектора y на вектор x . Эта операция обычно рассматривается как коммутативная и линейная по каждому сомножителю.

Пример теорема косинусов (рис.2)

Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

Дано: ΔABC

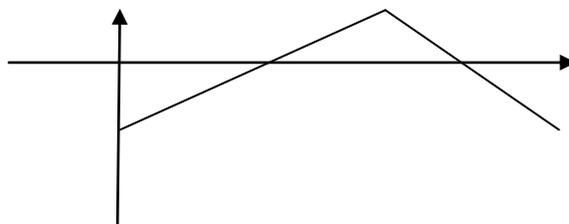
Доказать: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

Доказательство:

$$BC^2 = (B-C)^2 = B^2 + C^2 - 2BC = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

Рис. 2

Теорема косинусов



Каким образом Декарт доказал теорему (1) мне обнаружить не удалось.

И в заключение своей статьи хочу сказать, что у Декарта много открытий в различных областях науки. В статье рассмотрены два основных достижения Декарта. 1) Прямоугольная система координат, понятие значения функции, 2) связь геометрии и алгебры с помощью скалярного произведения векторов и угла между ними. Тем самым, своими открытиями положил начало абсолютно новым подходам к решению многих задач. Его знаменитые цитаты: «Математика — мощный и универсальный метод познания природы, образец для других наук», для того чтобы усовершенствовать ум, надо больше размышлять, чем заучивать».

Декартов подход позволяет не только найти углы между векторами. С помощью векторного произведения векторов мы можем найти площади многоугольников. С помощью смешанного произведения мы можем найти объём треугольной пирамиды и других многогранников.

Литература

1. Рене Декарт. Сочинение. Том 1 «Рассуждение о методе». 1637 г. [Электронный ресурс].- Режим доступа: <http://profilib.com/chtenie/115968/rene-dekart-sochineniya-v-dvukh-tomakh-tom-1-lib-3.php>.
2. Публикации дневников Рене Декарта 1630 г. [Электронный ресурс]. -Режим доступа: <https://yandex.ru/search/?text>.
3. Сайт с биографией ссылка[Электронный ресурс].-Режим доступа: <http://www.wisdoms.ru/avt/b73.html>.